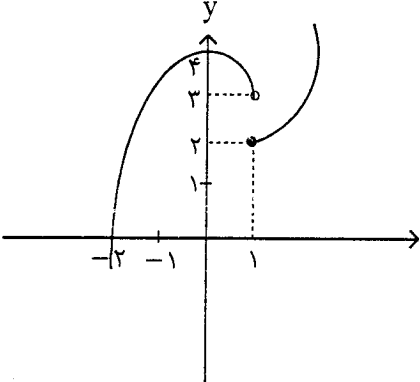


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۰۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x x \in \mathbb{R}, x < 2\}$ و $B = \{x x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$ باشند، هر یک از مجموعه های A و B و $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	دامنه ی توابع زیر را تعیین کنید. الف) $f(x) = \frac{2x-1}{2x^2-8}$ ب) $g(x) = \sqrt{9-x^2}$	۲
۳	توابع $f(x) = x^2 - 4x$ و $g(x) = 2 + x^2$ مفروضند، مقدار $(f \circ g)(1)$ را به دست آورید.	۱
۴	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 	۱
۵	آیا تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < 1 \\ x & x = 1 \\ x^2+1 & x > 1 \end{cases}$ در نقطه ی $x=1$ حد دارد؟ چرا؟	۱/۵
۶	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2-4x-6}{x^2-1}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \tan 3x}{4x^2}$ ت) $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{4}{x^2-9}$ ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{1-4x^2}$	۴/۲۵
۷	فرض کنید به ازای هر $x \neq 0$ داشته باشیم: $-3 - x^2 \leq f(x) \leq -3 + x^2$ ، حد تابع $f(x)$ را وقتی $x \rightarrow 0$ تعیین کنید. ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم	۰/۷۵

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۰۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	
۸	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & x > 2 \\ 4 & x = 2 \\ 2 - bx & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.		
۹	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 1$ را در نقطه $x = 2$ به دست آورید.		
۱۰	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $y = \sqrt{x(x-2)}$ ب) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ پ) $y = (x^2 - 4x)^{12} + \frac{1}{x}$		
۱۱	شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = 3x^2 - 5x$ را در نقطه‌ی $x = 3$ واقع بر منحنی به دست آورید.		
۱۲	نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 4$ را رسم کنید.		
۱۳	تابع $f(x) = ax^2 + bx + 3$ داده شده است، ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(1, 2)$ مینیمم این تابع باشد.		
۲۰	جمع نمرات « موفق باشید »		

باسمه تعالی

رشته : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۶/۰۸	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$A = (-\infty و ۲) (۰/۲۵)$ ، $B = [۰ و +\infty) (۰/۲۵)$ ، $A \cap B = [۰ و ۲) (۰/۲۵)$
۲	الف) $۲x^2 - ۸ \neq ۰ (۰/۲۵) \Rightarrow x \neq \pm ۲ (۰/۵)$ $D_f = R - \{-۲, ۲\} (۰/۲۵)$ ب) $۹ - x^2 \geq ۰ (۰/۲۵) \Rightarrow x^2 \leq ۹ (۰/۲۵) \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۳$ یا $D_g = [-۳, ۳] (۰/۵)$
۳	$g(۱) = ۲ + ۱^2 = ۳ (۰/۲۵) \Rightarrow (fog)(۱) = f(g(۱)) = f(۳) (۰/۲۵) = ۳^2 - ۴(۳) (۰/۲۵) = -۳ (۰/۲۵)$
۴	$۳ - ۲ + ۴ = ۵$ $(۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)$
۵	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{f(1) - 1}{1} = ۲ (۰/۵)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = ۱^2 + ۱ = ۲ (۰/۵)$ \Rightarrow تابع f در $x=1$ حد دارد \Rightarrow حد راست = حد چپ $(۰/۲۵)$
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow ۰} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \times \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} + 1} \right) = (۰/۵)$ $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{x}{x(\sqrt{x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1} = \frac{1}{۲} (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{۲x^2 - ۴x - ۶}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{۲(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-1)} (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{۲(x-3)}{x-1} (۰/۲۵) = \frac{۲(-1-3)}{-1-1} = ۴ (۰/۲۵)$ پ) $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\sin ۲x \tan ۳x}{۴x^2} = \lim_{x \rightarrow ۰} \left(\frac{\sin ۲x}{۲x} (۰/۲۵) \times \frac{\tan ۳x}{۳x} \times \frac{۳}{۲} (۰/۲۵) \right) = ۱ \times ۱ \times \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲} (۰/۲۵)$ ت) $\lim_{x \rightarrow -۳^+} \frac{۴}{x^2 - ۹} = \frac{۴}{(-۳^+)^2 - ۹} (۰/۲۵) = \frac{۴}{۰^-} (۰/۲۵) = -\infty (۰/۲۵)$ ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۲x + ۳}{1 - ۴x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۲x}{-۴x^2} (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-۲x} = ۰ (۰/۲۵)$

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۰۸	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۸۳
$\lim_{x \rightarrow 0} (-3 - x^2) = -3 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} (-3 + x^2) = -3 \quad (./25)$	۷
$\lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + 2) = 2a + 2 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} (2 - bx) = 2 - 2b \quad (./25)$ $f(2) = 4 \quad (./25)$	۸
$f'(x) = \lim_{x \rightarrow x} \frac{f(x) - f(x)}{x - x} \quad (./25) \Rightarrow f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1 - (2^2 - 1)}{x - 2} \quad (./25) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \quad (./25) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2=4 \quad (./25)$	۹
<p>الف) $y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x}(x-2)} \quad (./5)$</p> <p>ب) $y' = \frac{\cos x(1+\cos x) - (-\sin x)(\sin x)}{(1+\cos x)^2} \quad (./75)$</p> <p>پ) $y' = 12(2x-4)(x^2-4x)' - \frac{1}{x^2} \quad (./75)$</p>	۱۰
$f'(x) = 6x - 5 \Rightarrow m = f'(3) = 13 \quad (./75)$	۱۱

ادامه در صفحه سوم

(۲)

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۰۸	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۸۳

$\begin{cases} x \rightarrow \pm\infty \\ y \rightarrow \pm\infty \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=4 \\ x=2 \Rightarrow y=0 \end{cases} \quad (۰/۵)$ $y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=2 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y'</td> <td style="padding: 2px;">$+$</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">$-$</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">max min</p>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	4	2	0	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	0	$+$														
y	$-\infty$	4	2	0	$+\infty$														
$A(1, 2) \Rightarrow f(x) = y \Rightarrow 2 = a(1)^2 + b(1) + 3 \Rightarrow a + b = -1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y' = 2ax + b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $y'(1) = 0 \Rightarrow 2a(1) + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \quad (۰/۲۵), b = -2 \quad (۰/۲۵)$	۱۳																		
<p>مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید</p> <p>لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر</p>																			